

Fizik 101-Fizik I

2013-2014

İki Boyutta Hareket

Nurdan Demirci Sankır
Enerji Araştırmaları Laboratuvarı- YDB
Bodrum Kat
Ofis: 325, Tel:4332

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



İçerik

- Yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörleri
- Sabit ivmeli iki-boyutlu hareket
- Eğik atış hareketi
- Düzgün dairesel hareket
- Teğetsel ve radyal ivme
- Bağlı hız ve bağlı ivme

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi





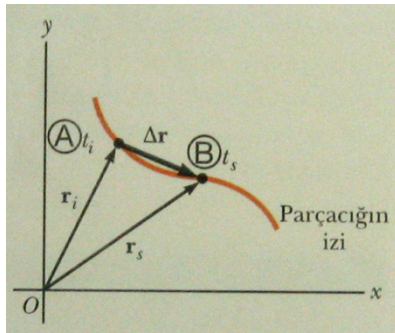
Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



➤Günlük hayatta karşımıza çıkan pek çok hareket türü iki-boyutludur. Bunlara eğik atış hareketleri, dairesel hareketler örnek olarak gösterilebilir.

xy düzleminde hareket eden bir parçacığın konumunu r ile gösterirsek;



$\Delta \vec{r}$ yerdeğiştirme vektörü;

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_s - \vec{r}_i$$

Parçacığın ortalama hızı;

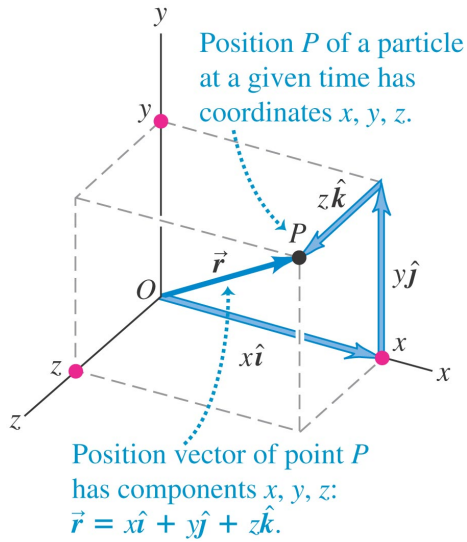
$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Üç Boyutlu Hareket



- Üç boyutlu hareketin x, y ve z komponentleri olur
- Parçacığın izlediği yol genelde paraboliktir

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Parçacığın ani hızı;

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Parçacığın ortalama ivmesi;

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Parçacığın ani ivmesi;

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



İki boyutta sabit ivmeli hareket

xy düzleminde hareket eden bir parçacığın konum vektörü;

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

ve parçacığın hızı;

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{v}_s &= (v_{xi} + a_x t)\vec{i} + (v_{yi} + a_y t)\vec{j} \\ &= (v_{xi}\vec{i} + v_{yi}\vec{j}) + (a_x\vec{i} + a_y\vec{j})t \\ \vec{v}_s &= \vec{v}_i + \vec{a}t\end{aligned}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

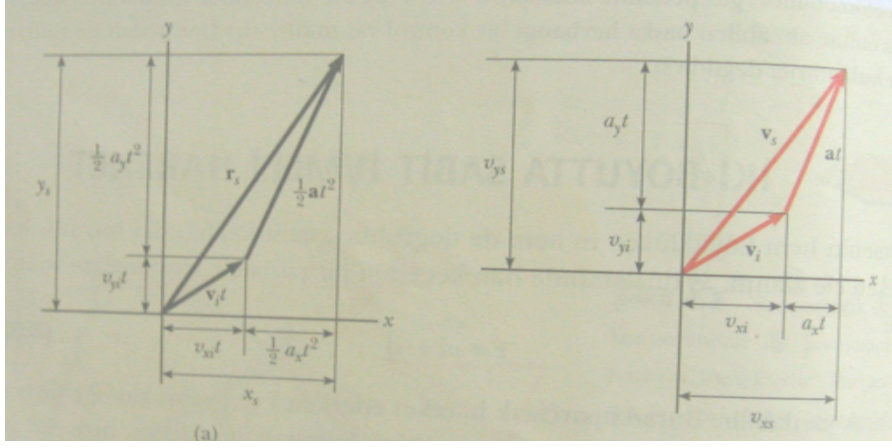


Zamanın fonksiyonu olarak hız vektörü;

$$\begin{aligned}x_s &= x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y_s &= y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\ \Rightarrow \vec{r}_s &= \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2\end{aligned}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi





Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek

Eğer $\vec{r} = bt^2\hat{i} + ct^3\hat{j}$ olarak verilmiş ve b ve c birer pozitif sabitse, hız vektörü ne zaman x ve y -eksenleri ile 45° açı yapar?

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{Bu vektör } x \text{ ve } y \text{ eksenleri ile } 45^\circ \text{ açı yaptığında } x \text{ ve } y \text{ bileşenleri eşit olur}$$

$$\vec{v} = 2bt\hat{i} + 3ct^2\hat{j}$$

$$v_x = v_y \text{ olması için}$$

$$t = \frac{2b}{3c} \text{ olmalıdır!}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Eğik atış hareketi

Havaya fırlatılan herhangi bir cismin hareketi eğik atış hareketidir. Bu harekette iki önemli kabullenme yapılır;

- 1) g yerçekimi ivmesi hareket süresince sabit ve aşağıya doğru yöneliktir,
- 2) Hava direncinin etkisi ihmal edilmektedir.

Eğik olarak atılan bir cisim parabolik bir yörüngeyi izler

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



$$\begin{aligned} \cos \theta_i &= v_{xi} / v_i & \sin \theta_i &= v_{yi} / v_i \\ v_{xi} &= v_i \cos \theta_i & v_{yi} &= v_i \sin \theta_i \end{aligned}$$

Başlangıçta x bileşeni için $x_i=0$ ve $a_x=0$ olduğundan konumun yatay bileşeni;

$$x_s = v_{xi} t = (v_i \cos \theta_i) t \quad \text{olur}$$

y bileşeni için de $y_i=0$ ve $a_y=-g$ olduğundan konumun düşey bileşeni;

$$y_s = v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = (v_i \sin \theta_i) t - \frac{1}{2} g t^2$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



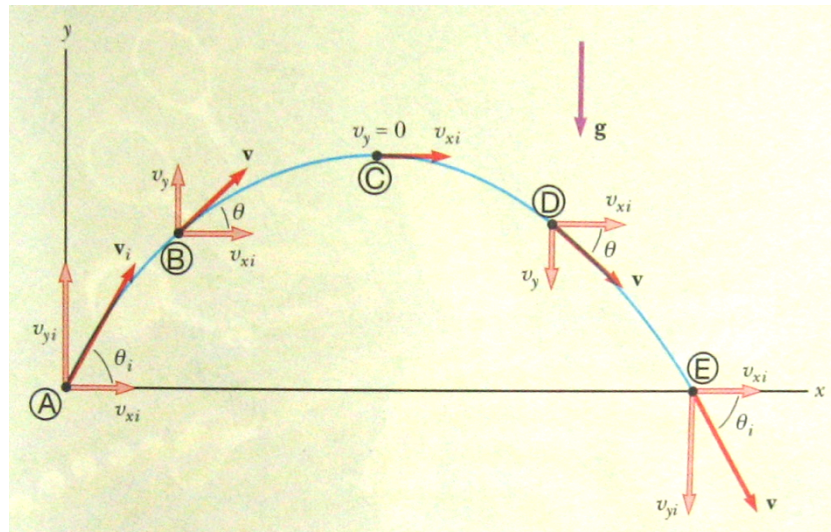
$$t = x_s / (v_i \cos \theta_i)$$

$$y = (\tan \theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2 \cos^2 \theta_i} \right) x^2$$



$$y = ax - bx^2$$

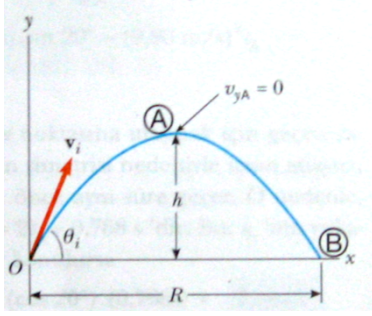
Orijinden geçen parabol denklemi



Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık



İki boyutlu hareket denklemleri kullanılarak, eğik atışın menzili ve parçacığın çıkacağı maksimum yükseklik hesaplanabilir;



Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i \sin \theta_i - g t_A$$

$$t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Atış menzili;

$$R = v_{xi} t_B = (v_i \cos \theta_i) 2t_A$$

$$= (v_i \cos \theta_i) \frac{2v_i \sin \theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{g}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

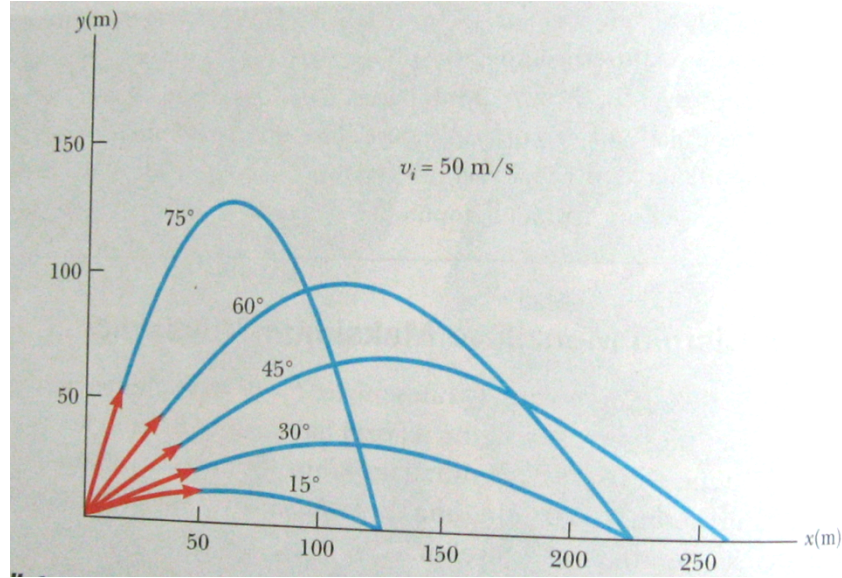
$$\Rightarrow R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

Maksimum menzil ve atış açısı;

$$R_{maks} = v_i^2 / g \quad \theta_i = 45^\circ$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi





Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek

Bir askeri helikopter eğitim sırasında 300 m yükseklikte, 60 m/s süratle yatay olarak uçarken bir bombasını düşürür. Hava direncini ihmal edin. a) Bombanın yere düşmesi için ne kadar süre gerekir? b) Bomba düşerken yatay olarak ne kadar yol alır?

$$\text{b) } x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (60.0 \text{ m/s})(7.82 \text{ s}) = 470 \text{ m.}$$

$$\text{(a) } y - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y - y_0 = 300 \text{ m} \longrightarrow t = \sqrt{\frac{2(y - y_0)}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(300 \text{ m})}{9.80 \text{ m/s}^2}} = 7.82 \text{ s.}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

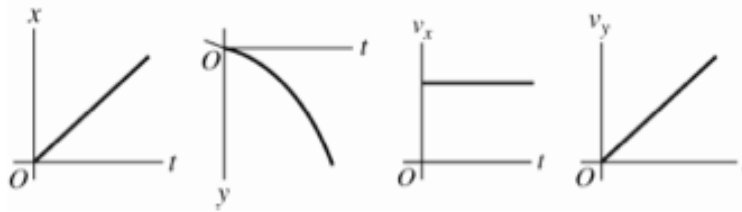


Örnek (devam)

c) Yere düşmeden tam önceki yatay ve düşey hız bileşenlerini bulunuz.

$$v_x = v_{0x} = 60.0 \text{ m/s} . \quad v_y = v_{0y} + a_y t = (9.80 \text{ m/s}^2)(7.82 \text{ s}) = 76.6 \text{ m/s}$$

d) Bombanın hareketinin x-t, y-t, v_x -t ve v_y -t grafiklerini çiziniz.

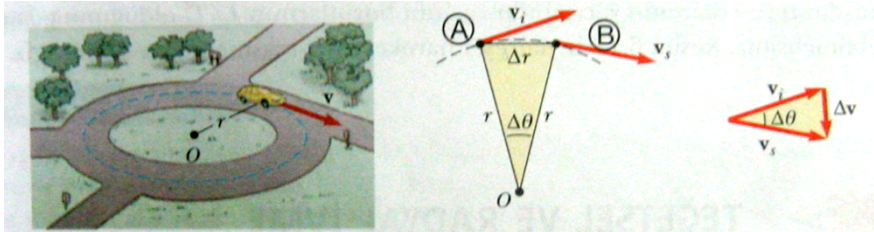


TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Düzgün Dairesel Hareket

- Cismin hareket doğrultusu değişir
- Hız vektörü yola dolayısıyla dairesel yörüngenin yarıçapına diktir
- İvme vektörü daima yola dik ve dairenin merkezine yöneliktir. Bu tür ivmeye merkezci ivme denir



Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Cisim önce v_i hızıyla t_i zamanında A noktasında ve daha sonra t_s zamanında v_s hızı ile B noktasında görülüyorsa, cismin ortalama ivmesi;

$$a = \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Üçgenlerin benzerliğinden;

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow a = \frac{v \Delta r}{r \Delta t} \text{ olur}$$

A ve B noktaları birbirine çok yaklaştığı zaman Δv dairesel yolun merkezine doğru yönelir ve dolayısıyla ivme de merkeze doğru yönelmiş olur.

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



A ve B noktaları birbirine yaklaşıırken Δt sıfıra ve $\Delta r / \Delta t$ oranı da v süratine yaklaşır. O halde $\Delta t \rightarrow 0$ limitinde ivmenin büyüklüğü;

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

Düzgün dairesel harekette, ivmenin dairenin merkezine doğru yöneldiği ve büyüklüğünün v^2/r olduğu sonucu çıkar

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek

Bir helikopter rotoru modelinin 4 palı (pervane kanadı) vardır. Her pal şafttan uca 3.40 m uzunluğundadır. Model rüzgar tunelinde 550 dev/dak hızla döndürülmektedir. a) Palın ucunun çizgisel hızı m/s olarak nedir? b) Pal ucunun radyal ivmesi, yer çekimi ivmesi g 'nin kaç katıdır?

$$a_{\text{rad}} = v^2 / R \quad R = 3.40 \text{ m}$$

$$550 \text{ rev/min} = 9.17 \text{ rev/s} \quad T = \frac{1}{9.17 \text{ rev/s}} = 0.109 \text{ s}$$

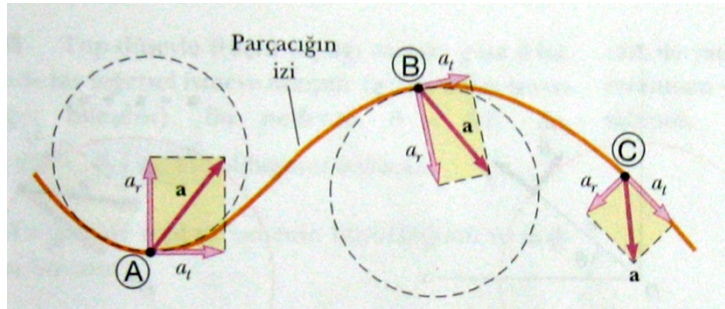
$$(a) \quad v = \frac{2\pi R}{T} = 196 \text{ m/s} \quad (b) \quad a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = 1.13 \times 10^4 \text{ m/s}^2 = 1.15 \times 10^3 g$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Teğetsel ve Radyal İvme

Bir parçacığın hızının hem doğrultuca hem de büyüklükçe değiştiği, eğrisel bir yol boyunca hareketinde hız vektörü daima yola teğettir. Ancak ivme vektörünün doğrultusu noktadan noktaya değişir.



Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



- İvme vektörü iki bileşene ayrılır. Bunlar radyal bileşen, a_r ve teğetsel bileşen a_t vektörüdür.
- Teğetsel ivme parçasının hızının büyüklüğündeki değişimden kaynaklanır ve ani hıza paraleldir;

$$a_t = \frac{d|v|}{dt}$$

- Radyal ivme, hız vektörünün doğrultusundaki değişimden doğar;

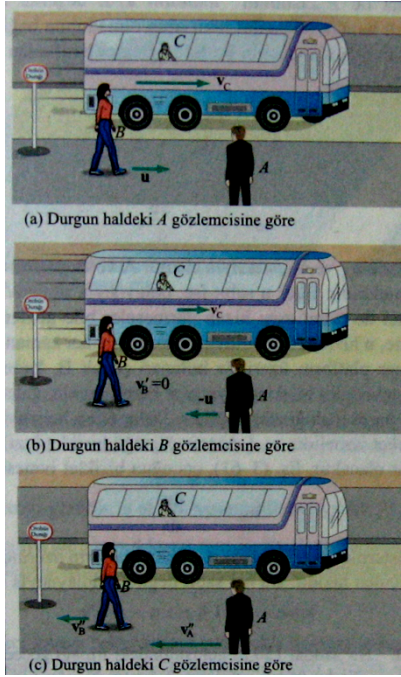
$$a_r = \frac{v^2}{r}$$



Göreceli Hareket

- Bağıl hareket, farklı referans sistemlerindeki farklı gözlemciler tarafından hareketlerin nasıl gözlemlendiğini ifade eder.
- Aynı hızla giden iki otomobilden birisinde bulunan yolcu diğer aracın içindekileri hareketsiz olarak görür. Yerden bakan bir gözlemci ise iki otomobilin de hareket ettiğini söyler.
- Bu tür hareketler farklı referans sistemlerinin göreceli hareketlerinin incelenmesi ile anlaşılabilir.





Üç farklı referans sistemi
birbirlerinin hareketini
farklı algılar!!!

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi



Referans sistemlerinin birbirleriyle ilişkilendirilmesi

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A - \vec{R}$$

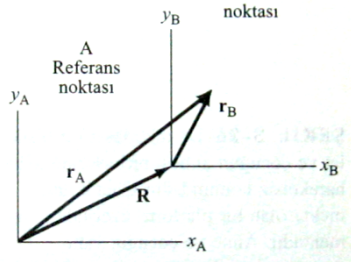
burada R, B referans sistemi başlangıç noktasının A sistemine göre konumudur.

Göreceli hız;

$$d\vec{R}/dt = \vec{u}$$

$$d\vec{r}_B/dt = d\vec{r}_A/dt - d\vec{R}/dt$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A - \vec{u}$$



Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton,
Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

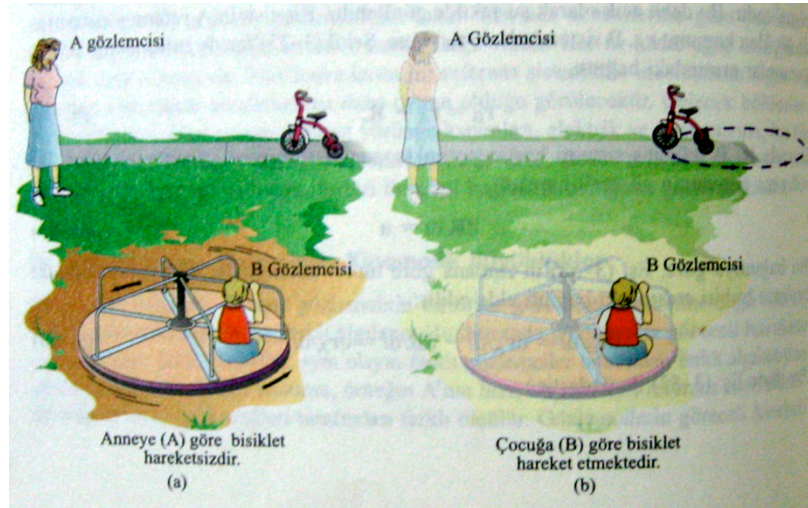


Farklı referans sistemlerindeki gözlemciler, parçacıklar için farklı hızlar ölçseler de göreceli hız u sabit ise aynı ivmeyi ölçerler, değilse göreceli ivmeler de farklı olur.

$$\frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} - \frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A - \frac{d\vec{u}}{dt} ; \quad \frac{d\vec{u}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_A$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



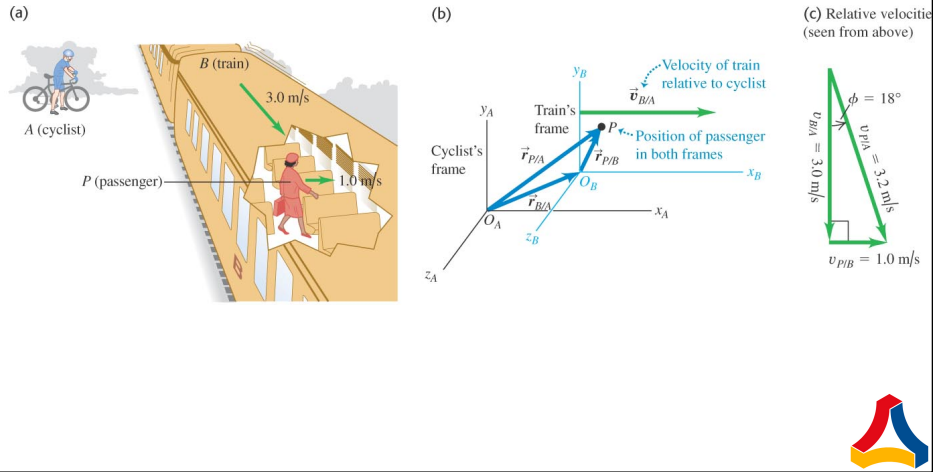
Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi

$$\vec{a}_A = 0 \Rightarrow \vec{a}_B = -\frac{d\vec{u}}{dt}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



İki ve Üç boyutta göreceli hareket



Göreceli Hareket Bir boyutta hareket!

İki şeritli düz bir yolda kuzeye doğru 88 km/saat hızla gidiyorsunuz. Karşı şeritten 104 km/saat hızla bir kamyon geliyor a) Kamyonun size göre bağlı hızı nedir?

Sizin dünyaya göre hızınız

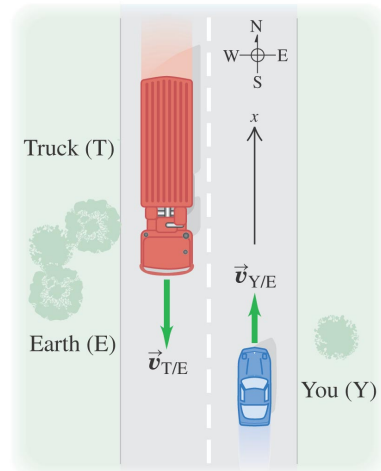
$$v_{S/D-x} = 88 \text{ km/sa}$$

Kamyonun dünyaya göre hızı

$$v_{K/D-x} = -104 \text{ km/sa}$$

$$v_{K/D-x} = v_{K/S-x} + v_{S/D-x}$$

$$v_{K/S-x} = v_{K/D-x} - v_{S/D-x} = -104 \text{ km/sa} - 88 \text{ km/sa} = -192 \text{ km/sa}$$



Göreceli Hareket

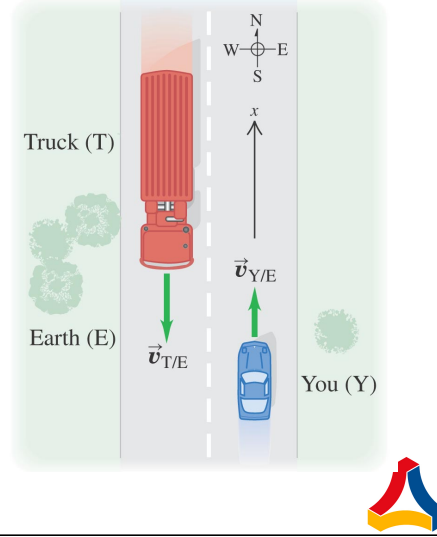
Bir boyutta hareket! (devam)

b) Sizin kamyona göre bağıl hızınız nedir?

$$v_{S/K-x} = -v_{K/S-x} = -(-192 \text{ km/sa}) = +192 \text{ km/sa}$$

c) Kamyonla yan yana geçtikten sonra bağıl hızlar nasıl değişir?

Bağıl hızlar siz kamyonla yan yana geçtikten sonra değişmezler!
Cisimlerin birbirlerine göre konumları hızları etkilemez.



TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek

14.0 m yarıçaplı bir dönme dolap merkezinden geçen yatay bir eksen etrafında dönmektedir. Çeperdeki bir yolcunun sürati sabit 7.00 m/s'dir. Bu yolcunun ivmesinin büyüklüğü ve yönü a) dairesel hareketinin en üst noktasında ve b) en alt noktasında iken nedir? c) Dönme dolap bir tam turu ne kadar zamanda alır?



TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek Çözüm

$$v_{\tan} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = 0$$

$$(a) a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = \frac{(7.00 \text{ m/s})^2}{14.0 \text{ m}} = 3.50 \text{ m/s}^2$$

Radyal ivme hareketin her noktasında merkeze doğru yönelmiştir.

(b) 3.50 m/s^2 yukarı doğru

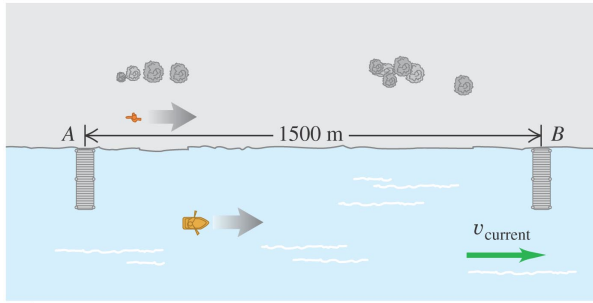
$$(c) v = \frac{2\pi R}{T} \text{ so } T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi(14.0 \text{ m})}{7.00 \text{ m/s}} = 12.6 \text{ s}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek

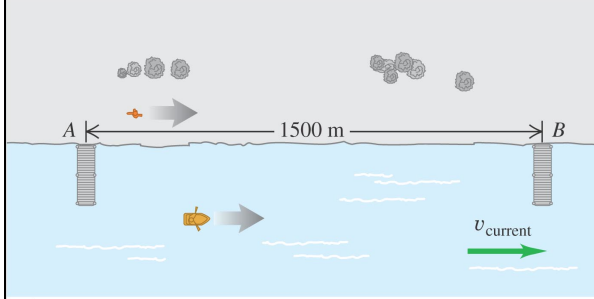
Bir nehirdeki A ve B iskeleleri arasında 1.500 m mesafe vardır. B akıntı yönündeki ikinci iskeledir. İki arkadaş A iskelesinden B'ye gidip geri dönmek zorundadır. Biri nehirde suya göre 4.0 km/sa süratle kürek çekerek, diğeri karada 4.00 km/sabit süratle yürüyerek gidip gelir. Nehirdeki akıntının hızı A'dan B'ye doğru 2.80 km/sa 'tır. İki arkadaş ne kadar zamanda gidiş gelişlerini tamamlarlar?



TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek (devam)



$$\begin{aligned}v_{1,K} &= 4.00 \text{ km/sa} \\v_{2,S} &= 4.00 \text{ km/sa} \\v_{S,K} &= 2.80 \text{ km/sa}\end{aligned}$$

$$t_1 = x_1 / v_1 = 3.000 / 4.00 = 0.750 \text{ saat} = 45.0 \text{ dakika}$$

$$v_{2,K} = v_{2,S} + v_{S,K} = 4.00 + 2.80 = 6.80 \text{ km/sa, A'dan B'ye}$$

$$v_{2,K} = 4.00 - 2.80 = 1.20 \text{ km/sa B'den A'ya}$$

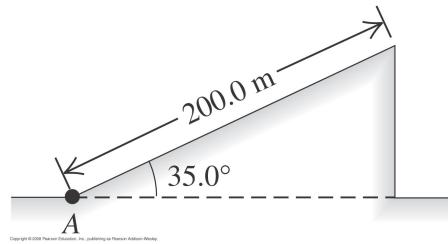
$$t_2 = \frac{1.5 \text{ km}}{6.8 \text{ km/h}} + \frac{1.5 \text{ km}}{1.2 \text{ km/h}} = 1.47 \text{ h} = 88.2 \text{ min.}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek

Bir test roketi 200 m uzunluğunda bir rampada 1.25 m/s^2 ile ivmelenerek atılıyor. A noktasında roket ilk hızdadır. Rampanın eğimi 35.0° dir. Roket rampadan ayrıldığı anda motorunu kapatarak sadece yerçekimi etkisi ile (hava direncini ihmal edin) atılan cisim hareketine başlar. Roketin a) yerden ulaştığı maksimum yüksekliği, (b) A noktasından en büyük yatay erimini bulun.



TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

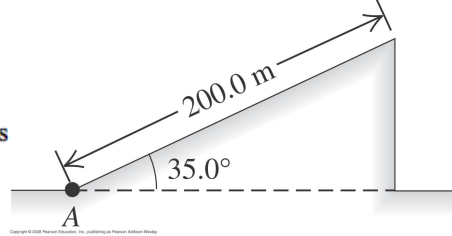


Örnek (devam)

a) yerden ulaştığı maksimum yüksekliği bulun

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

$$v_x = \sqrt{2(1.25 \text{ m/s}^2)(200 \text{ m})} = 22.36 \text{ m/s}$$



Roket rampanın sonuna ulaştığı hızı 22.36 m/s' dir. Burdan itibaren $v_0 = 22.36$ m/s lik ilk hız ve 35.0° eğim açısı ile eğik atış hareketi yapar

$$v_{0y} = v_0 \sin 35.0^\circ = 12.83 \text{ m/s}$$

$$y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y} = \frac{0 - (12.83 \text{ m/s})^2}{2(-9.80 \text{ m/s}^2)} = 8.40 \text{ m}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

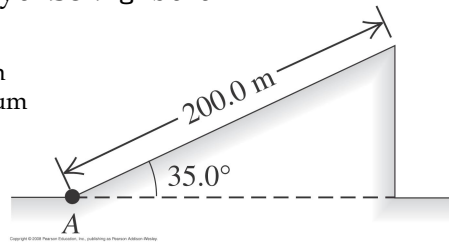


Örnek (devam)

a) yerden ulaştığı maksimum yüksekliği bulun

y ekseninde aldığı toplam yol= rampanın yüksekliği + eğik atışta çıkacağı maksimum yükseklik

$$y = 114.7 \text{ m} + 8.40 \text{ m} = 123 \text{ m}$$



(b) A noktasından en büyük yatay erimini bulun.

$$v_{0x} = v_0 \cos 35.0^\circ = 18.32 \text{ m/s}$$

$$x_0 = (200.0 \text{ m}) \cos 35.0^\circ = 163.8 \text{ m}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

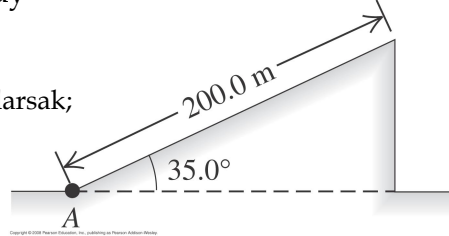


Örnek (devam)

(b) A noktasından en büyük yatay erimini bulun.

Roketin havada geçirdiği süreyi hesaplırsak;

$$y - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$



$$(4.90 \text{ m/s}^2)t^2 - (12.83 \text{ m/s})t - 114.7 \text{ m}$$

$$t = \frac{1}{9.80} \left(12.83 \pm \sqrt{(12.83)^2 + 4(4.90)(114.7)} \right) \text{ s}$$

$$x = 163.8 \text{ m} + 115.8 \text{ m} = 280 \text{ m}$$

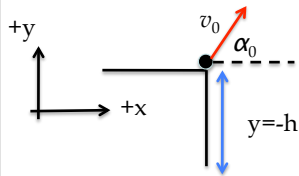
$$x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (18.32 \text{ m/s})(6.32 \text{ s}) = 115.8 \text{ m}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek-4

Bir binanın damından bir taş v_0 ilk hızı ile yatayla α_0 açısıyla atılmıştır. Binaın yüksekliği h 'dir. Hava direncini ihmal edebilirsiniz. Taşın tam yere düşmeden önceki hızının büyüklüğünü hesaplayın ve bu süratin α_0 açısından bağımsız olduğunu gösterin.



$$a_x = 0 \text{ ve } a_y = -g$$

$$v_s^2 = v_{sx}^2 + v_{sy}^2$$

$$v_{sx} = v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_{sy}^2 = v_{oy}^2 - 2gh$$

$$v_s^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha_0 + v_0^2 \sin^2 \alpha_0 - 2gh$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek-4 (devam)

Yere düştüğü zaman $y=-h$ dır. Buna göre;

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Bu sonuç α_0 açısından bağımsızdır.

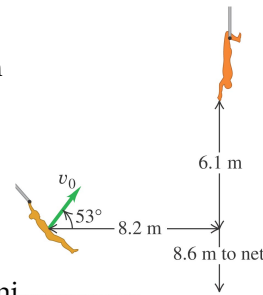
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek-5

Figürde görüldüğü gibi akrobatlardan soldaki trapezde sallandıktan sonra kendini 53° açıyla bırakır. Elini burakma noktasından 6.1 m yukarıda ve 8.2 m yatay olarak uzakta olan ikinci akrobata ulaşması gerekmektedir.

- ilk hızı ne olmalıdır?
- a şıkında hesaplanan ilk hız için soldaki akrobatın yukardakine ulaştığı andaki hızının büyüklük ve yönünü bulun
- Her iki akrobatın $x-t$, $y-t$, v_x-t ve v_y-t grafiklerini çizin
- İlk gösteride akrobatlar birbirini yakalayamamıştır. Soldaki akrobatın 8.6 m daha aşağıda olan emniyet ağına düşene kadar aldığı yatay yolu bulunuz.



TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek-5 (devam)

$$a) \quad x = v_{0x}t \Rightarrow t = \frac{x}{v_{0x}}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = v_0 \sin \alpha_0 \frac{x}{v_0 \cos \alpha_0} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha_0} \right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{2 \cos^2 \alpha_0 (x \tan \alpha_0 - y)}} \Rightarrow v_0 = 13,8 \text{ m/s}$$

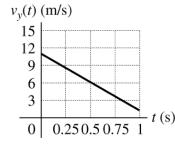
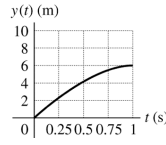
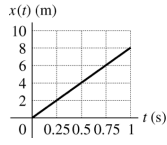
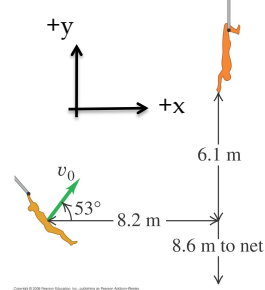
$$b) \quad t = \frac{8,2}{v_0 \cos 53} = 0,99 \text{ s}$$

$$v_x = 13,8 \cos 53 = 8,31 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 1,34 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 8,4 \text{ m/s}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = 9,16^\circ$$



$$d) \quad y = (\tan \alpha_0)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0}x^2$$

$$y = 1,327x - 0,0711x^2 = -8,6$$

$$\Rightarrow x = 23,8 \text{ m}$$

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek-6

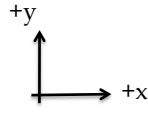
Alıcı kuşları yükselirken termal hava akımlarını kullanarak sarmal bir yol izler. Sarmal hareketi düzgün dairesel hareketle yukarı doğru sabir hızın bileşimi olarak modelleyebiliriz. Bir kuşun 8.00 m yarıçaplı bir daireyi 5.00 s döndüğünü ve yukarı doğru da 3.00 m/s hızla yükseldiğini varsayın.

- Kuşun yere göre süratini
- Kuşun ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü
- Kuşun hız vektörü ile yatay düzlem arasındaki açıyı belirleyin

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi



Örnek 6 (devam)



+x doğrultusu dairesel harekete teğet olan yöndür!

$$a) \quad a_{rad} = \frac{v_x^2}{R}$$

$$v_x = \frac{2\pi 8,00}{5,00} = 10,05 \text{ m/s}$$

$$v_y = 3,00 \text{ m/s} \Rightarrow v = \sqrt{10,05^2 + 3,00^2} = 10,5 \text{ m/s}$$

$$b) \quad \vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

$$a_y = 0, a_x = \frac{v_x^2}{R} = \frac{10,05^2}{8,00} = 12,6 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = 12,6 \text{ m/s}^2 \quad (\text{merkeze doğru})$$

$$c) \quad \theta = \arctan \frac{3,00}{10,05} = 16,6^\circ$$

